РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

**Отчет по лабораторной работе №5**

ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

02.04.02 — Фундаментальная информатика и информационные технологии

Выполнила Коняева Марина Александровна

Студент группы НФИбд-01-21

Студенческий билет №: 1032217044

Москва 2023

**Содержание**

Теоритическое введение и постановка задачи 3

Программный код 5

Вывод программы 7

Вывод пункты 2-4 лабораторной работы №5 8

Заключение 9

**Теоретическое введение и постановка задачи**

Рассмотрим правую часть разностного уравнения (52), содержащую первые производные от функции f (x,u). Главная идея метода Рунге-Кутта состоит в том, чтобы приближенно заменить ее на сумму значений функции f в двух разных точках с точностью до членов порядка h^2. С этой целью положим:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, рукописный текст, линия

Автоматически созданное описание

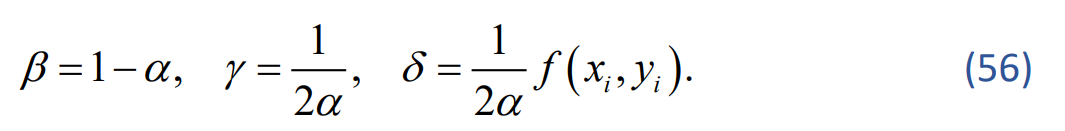
где α β γ δ , , , — четыре свободных параметра, которые нужно подобрать так, чтобы правая часть равнялась левой с нужной степенью точности.

Изображение выглядит как текст, Шрифт, рукописный текст, линия

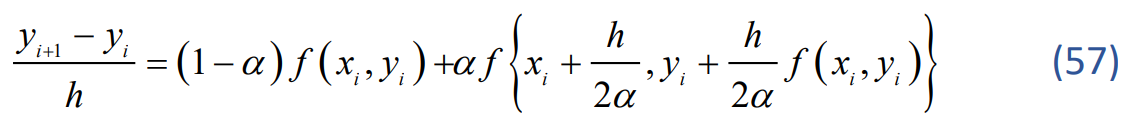
Автоматически созданное описание

В результате получим для четырех параметров три уравнения.

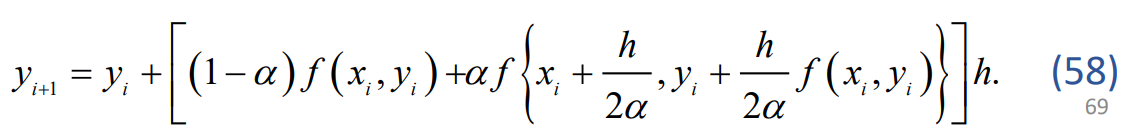
Они позволяют выразить параметры β γ δ , , через α :



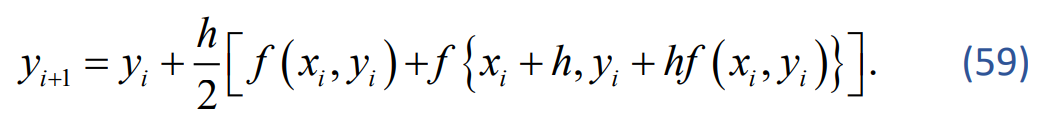
Заменяя с помощью (53) левую часть уравнения (52) и отбрасывая члены порядка O(h^2) , получаем однопараметрическое семейство разностных схем Рунге-Кутта:



Уравнение (57), как и (29), можно записать в виде удобного для расчетов рекуррентного соотношения:



Наиболее удобные разностные схемы этого семейства соответствуют двум значениям параметра α : α =1 2 и α =1. При α =1 2 рекуррентная формула (58) принимает вид:



Она определяет следующую процедуру расчета y i+1 . Сначала делается шаг h по схеме Эйлера и вычисляется величина:



Для решения данной задачи необходимо сделать:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, документ

Автоматически созданное описание

**Программный код**

import math  
  
def f(x, y):  
 return y \* math.sin(x)  
  
def runge\_kutta\_2\_method(a, b, y0, N):  
 h = (b - a) / N  
 x = a  
 y = y0  
  
 print("x\t\t\t y\_numerical\t\t y\_analytical\t\t error")  
  
 for i in range(N + 1):  
 y\_analytical = math.exp(1 - math.cos(x))  
 error = abs(y\_analytical - y)  
 print(f"{x:.6f}\t\t {y:.6f}\t\t {y\_analytical:.6f}\t\t {error:.6f}")  
  
 k1 = h \* f(x, y)  
 k2 = h \* f(x + h, y + k1)  
  
 y += 0.5 \* (k1 + k2)  
 x += h  
  
def main():  
 a = 0  
 b = 1  
 y0 = 1  
 N = 32  
  
 runge\_kutta\_2\_method(a, b, y0, N)  
  
 for i in range(2, 101):  
 Delta = [0] \* i  
 h = (b - a) / i  
 x = a  
 y = y0  
  
 for j in range(i):  
 y\_analytical = math.exp(1 - math.cos(x))  
 error = abs(y\_analytical - y)  
 Delta[j] = error  
  
 k1 = h \* f(x, y)  
 k2 = h \* f(x + h, y + k1)  
  
 y += 0.5 \* (k1 + k2)  
 x += h  
  
 count = sum(1 for error in Delta if error < 0.01)  
  
 if count == i:  
 print("\nTask#3")  
 print(f"ATTENTION: N = {i}")  
 print("error")  
 for error in Delta:  
 print(error)  
 break  
  
if \_\_name\_\_ == "\_\_main\_\_":  
 main()

**Вывод программы**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, меню

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, черный, Шрифт

Автоматически созданное описание

**Вывод пунктов 2-4 лабораторной работы №5**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, меню

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, черный, Шрифт

Автоматически созданное описание

Методы Рунге-Кутты и Эйлера - это численные методы для решения задачи Коши, которые используются для приближенного вычисления решений дифференциальных уравнений. Различие между ними заключается в их точности и способности учитывать изменения величины шага (h) для улучшения результатов.

Эйлеров метод является одним из самых простых численных методов. Он имеет первый порядок точности, что означает, что ошибка уменьшается линейно с уменьшением шага (h). Для достижения более точных результатов требуется использовать меньший шаг.

Метод Рунге-Кутты 2-го порядка обладает более высокой точностью по сравнению с методом Эйлера. У него второй порядок точности, что означает, что ошибка уменьшается квадратично с уменьшением шага (h). Этот метод более точно аппроксимирует решение и требует меньшего количества итераций для достижения заданной точности по сравнению с методом Эйлера.

Итак, различие между значениями N (число шагов) для метода Рунге-Кутты 2-го порядка и метода Эйлера заключается в том, что для метода Рунге-Кутты требуется меньшее значение N, чтобы достичь заданной точности, чем для метода Эйлера. Это делает метод Рунге-Кутты более эффективным и точным при численном решении задачи Коши.

**Заключение**

В ходе данной лабораторной работы я реализовала в программе Метод Рунге-Кутты 2-го порядка точности для численного решения задачи Коши, а также определила значение N, при котором